

Silové působení vodičů v drážkách na jejich izolaci

prof. Jiří Pavelka, DrSc.,
ČVUT Praha, Fakulta elektrotechnická

Úvod

Nedávno mi byla položena otázka: *Proč se neprovádí kontrola izolace vinutí v drážkách elektrických strojů na otláčení?* Přiznávám, že jsem okamžitě na takovou otázku neuměl konkrétně odpovědět. Vzpomněl jsem si pouze na to, že ještě jako výpočtář elektrických strojů v ČKD Elektrotechnika jsem slyšel, že tyto síly jsou zanedbatelné a vysvětlení *proč* se najde v učebnici [1]. Nedalo mi to a celý problém jsem si důkladně nastudoval. Myslím, že výsledek může být pro mnohé zajímavý a poučný, a proto jsem ho zpracoval do tohoto článku.

Určení tlaku na izolaci vinutí z rozměrů elektrického stroje

Elektrický točivý stroj je vlastně elektro-mechanický měnič, který přeměňuje elektrický výkon na mechanický (elektromotor) nebo naopak (elektrický generátor). Mechanický moment na jeho hřídeli je výsledkem vzájemného působení elektromagnetických sil mezi státorem a rotorem tohoto měniče. Klasický stejnosměrný stroj má na rotoru a střídavý stroj na statoru vinutí uložené v drážkách magnetického obvodu, kterým protéká magnetický tok. Vinutí je tvořeno vhodně zapojenými vodiči, kterými protéká elektrický proud.

Lorenzův zákon o působení síly na vodič v magnetickém poli protékaný elektrickým proudem, říká:

$$F = B \cdot l \cdot i \quad (1)$$

kde

F (N) síla působící na vodič podle pravidla levé ruky,

B (T) magnetická indukce,

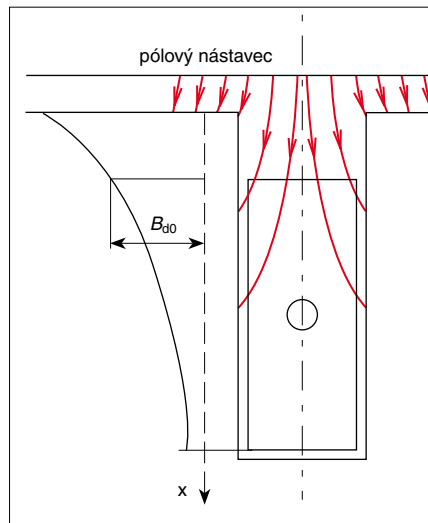
l (m) délka vodiče,

i (A) proud protékající vodičem.

Pokud jsou vodiče uloženy v drážkách elektrického stroje, zdálo by se na první pohled zcela logické, že moment motoru na hřídeli je vytvořen silami, kterými působí vodiče v drážkách magnetického obvodu přes svoji izolaci na zuby magnetického obvodu. Izolace musí být tedy namáhána příslušným tlakem, a tím by mělo docházet k jejímu otláčení. Jak veliký je tlak od těchto sil?

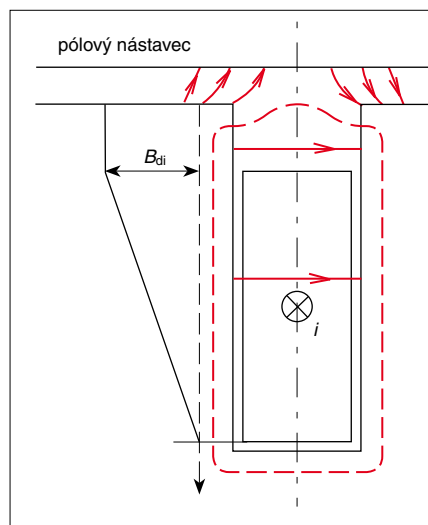
Nikde jsem přímou odpověď na velikost tohoto tlaku nenašel, a tak jsem si udělal orientační výpočty pro několik konkrétních elektrických strojů, od kterých jsem měl k dispozici nejen jejich štítkové údaje, ale i potřebné údaje o rozměrech stroje, rozmě-

rech drážek a rozměrech vodičů vinutí v drážkách. Při výpočtu jsem vycházel ze jmenovitého momentu stroje na hřídeli, vzdálenosti drážek od osy stroje, počtu drážek magnetického obvodu a rozměrů vodičů v drážce, tedy bez použití veličin ve vztahu (1). S údivem jsem zjistil, že tímto jednoduchým výpočtem



Obr. 1. Indukce v drážce při chodu bez proudu ve vinutí

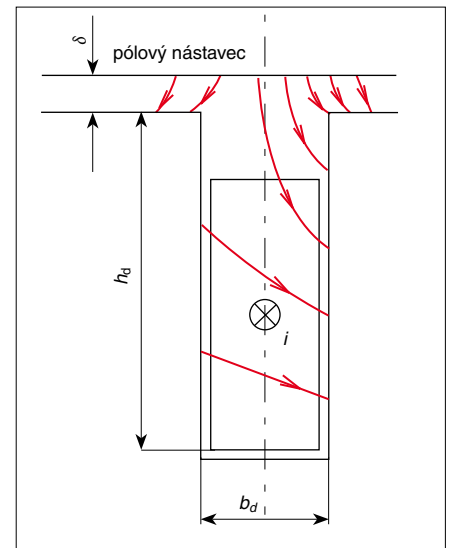
vycházejí velice malé tlaky na izolaci vinutí, a to 10^4 Pa, tj. řádově desetiny technické atmosféry nebo baru. I při zkratu na vinutí, kdy jsou zkratové proudy o jeden řád větší, budou tyto tlaky také o jeden řád větší a nejde tedy o žádná nebezpečná namáhání z hlediska mechanické pevnosti izolace na tlak.



Obr. 2. Indukce v drážce při chodu bez buzení s proudem ve vinutí

Přímé použití Lorenzova zákona pro určení tlaku na izolaci

Lorenzův zákon (1) říká, že síla, působící na vodič, je závislá na indukci B v místě vodiče. Jako bývalý výpočtář elektrických strojů vím, že magnetický tok protéká vzduchovou mezerou, kde je indukce B_δ o velikosti kolem 1 T, ale potom téměř celý tento magnetický tok vzduchovou mezerou dále protéká přes zuby magnetického obvodu. Vlastní drážkou s vinutím protéká pouze jeho velmi malá část. Je to způsobeno rozdílnou magnetickou vodi-



Obr. 3. Indukce v drážce při chodu s buzením a proudem ve vinutí

ivosti materiálu zubu a vzduchu. Jejich poměr se udává jako relativní permeabilita μ_r . Z toho ale vyplývá, že magnetická indukce v místě vodičů v drážce B_d je přibližně μ_r krát menší, než je indukce v zubech B_z . Ve všech učebnicích o elektrických strojích (viz např. [2]) se však ze vztahu (1) odvozuje vztahy pro výpočet momentu elektrického stroje a vychází se přitom z indukce ve vzduchové mezeře B_δ . Jak je to tedy skutečně?

Pro odpověď musíme jít do základů teorie elektromagnetického pole, např. [3], [4]. V ní se pracuje s elektrickými náboji jako samostatnými realitami, které budí elektrické pole, jejichž pohyb v prostoru představuje elektrický proud, a tím je také zdrojem magnetického pole. Elektromagnetické pole pak obráceně působí na náboje tzv. ponderomotorickými silami. V této teorii se mimo jiné odvozuje, že na rozhraní dvou prostředí s různou elektrickou nebo magnetickou vodivostí se ponderomotorické síly snaží vtáhnout do oblas-

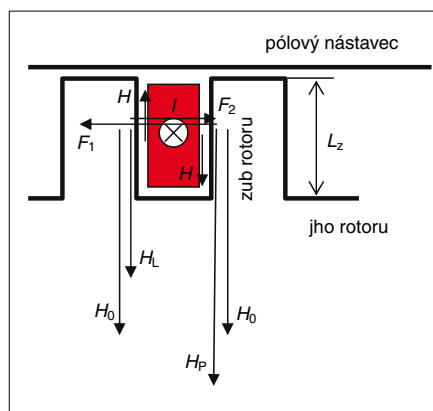
ti se silnějším elektrickým nebo magnetickým polem nebo z ní vysunout dielektrika a magnetika, umístěná do elektromagnetického pole. Tyto síly souvisí s vnitřním přerozdělením nábojů a magnetických dipólů ve struktuře těles. Pro magnetické pole platí, že kolmo na rozhraní působící normálová složka této ponderomotorické síly má směr od prostředí s velkou relativní permeabilitou μ_1 do prostředí s menší relativní permeabilitou μ_2 . Tlak od této síly f_p je roven:

$$f_p = \frac{\mu_0 \cdot H^2}{2} \cdot (\mu_1 - \mu_2) \quad (2)$$

Konkrétní vysvětlení a výpočet velikosti ponderomotorické síly vinutí v drážce elektrického stroje najdeme v českém vydání učebnice [1], kde kapitolu 3-10 Točivý moment stroje a elektromagnetické síly, které jej vytvářejí, zpracoval prof. Hamata. Tato kapitola je v porovnání s ruským originálem [3] podstatně upravena a rozšířena. Já ale zde použiji vysvětlení z [3], které zavádí určité zjednodušení, a tím je pro porozumění snazší.

Vlastní vysvětlení je vhodné udělat na případě stejnosměrného stroje, protože u něj jsou poměry nejnázornější. Samozřejmě, že závěry platí i pro ostatní elektrické stroje s vinutím v drážkách magnetického obvodu.

Na obr. 1 je zobrazen průběh magnetické indukce v drážce B_{d0} v závislosti na hloubce drážky za předpokladu, že vinutím neprotéká proud. Z něj je vidět, že malá indukce B_{d0} se směrem do drážky dále rychle zmenšuje.



Obr. 4. Vysvětlení sil působících na vodič v drážce

Na obr. 2 je zobrazen průběh magnetické indukce v drážce B_{di} v závislosti na hloubce drážky pro případ, že vinutím protéká proud i a magnetický obvod není buzen. Zde je vidět, že malá indukce B_{di} se směrem do drážky lineárně zmenšuje a siločáry magnetické indukce mají směr napříč drážkou.

Konečně, na obr. 3 je zobrazen směr siločar B_d v drážce pro případ, že magnetický obvod je buzen a vinutím protéká proud i , kde je vidět, že nyní mají siločáry magnetické indukce B_d převažující směr napříč drážkou.

Pokud je vzduchová mezera δ mezi vrcholy zubů rotoru a povrchem pólového nástavce malá, lze s dostatečnou přesností předpo-



Prof. Ing. Jiří Pavelka, DrSc., je absolventem ČVUT, Fakulty elektrotechnické, specializace elektroenergetika. Převážnou část svého pracovního života, téměř 30 let, strávil v ČKD Elektrotechnika. Zabýval se problematikou elektrických strojů, zejména budicími systémy synchronních strojů, elektrických pohonů a výkonovou elektronikou. V několika posledních letech se věnuje aktivním magnetickým ložiskům a pro tuto problematiku se stal zástupcem České republiky v ISO. V letech 1987 až 1990 působil jako vědecký pracovník v Ústavu pro elektrotechniku ČSAV. V roce 1991 přešel na ČVUT Praha, kde byl roku 1993 jmenován profesorem a v letech 1996 až 2002 vedl katedru elektrických strojů a pohonů na Elektrotechnické fakultě.

kládat, že celý budicí magnetický tok bude protékat přes zuby a tok drážkou je proti němu prakticky zanedbatelný. Potom $B_\delta = B_{z0}$. Magnetomotorické napětí na jednotku délky zubu i drážky musí být stejné, a proto pro magnetickou indukci v zubu rotoru B_{z0} platí (viz obr. 4):

$$B_{z0} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_0 \quad (3)$$

a pro magnetickou indukci v drážce B_{d0} podobně platí:

$$B_{d0} = \mu_0 \cdot H_0 = \frac{B_{z0}}{\mu_r} \quad (4)$$

Vidíme, že magnetická indukce v drážce B_{d0} je μ_r krát menší, než je magnetická indukce v zubu B_{z0} . Pro feromagnetické materiály má μ_r hodnotu 10^2 až 10^5 .

Pokud protéká vodiči v drážce sumární proud i , je magnetická indukce v sousedních zubech B_{zL} , B_{zP} různá, protože intenzita magnetického pole H_i , vytvořená proudem i , má v zubu nalevo od vodiče s proudem i opačný směr než v zubu napravo od vodiče s proudem i . V prvním přiblížení můžeme napsat vztah:

$$i \approx 2 \cdot H_i \cdot L_z \quad (5)$$

kde L_z je výška zubu. Odtud úpravou dostaneme:

$$H_i \approx \frac{i}{2L_z} \quad (6)$$

Výsledkem je, že v zubu zprava od drážky je intenzita magnetického pole:

$$H_p = H_0 + H_i \quad (7)$$

a v zubu zleva od drážky je intenzita magnetického pole:

$$H_L = H_0 - H_i \quad (8)$$

V našem případě na zub s permeabilitou $\mu_1 = \mu_r$ zprava od drážky s permeabilitou $\mu_2 = 1$ bude působit síla F_p , kterou určíme s použitím (2):

$$F_p = f_{pp} \cdot l \cdot L_z \approx \frac{\mu_0 \cdot H_p^2}{2} \cdot (\mu_r - 1) \cdot l \cdot L_z \quad (9)$$

kde l je délka drážky.

Podobně na zub zleva od drážky bude působit síla F_L v obráceném směru o velikosti:

$$F_L = \frac{\mu_0 \cdot H_L^2}{2} \cdot (\mu_r - 1) \cdot l \cdot L_z \quad (10)$$

Výsledná síla F_z působící na zuby potom bude:

$$F_z = F_p - F_L \approx \frac{\mu_0 \cdot (\mu_r - 1)}{2} \cdot (H_p^2 - H_L^2) \cdot l \cdot L_z \quad (11)$$

Dosadíme-li do této rovnice za H_p a H_L z (7) a (8), dostaneme:

$$\begin{aligned} F_z &= F_p - F_L \approx \frac{\mu_0 \cdot (\mu_r - 1)}{2} \cdot ((H_0 + H_i)^2 - (H_0 - H_i)^2) \cdot l \cdot L_z = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot (\mu_r - 1)}{2} \cdot ((H_0^2 + 2 \cdot H_0 \cdot H_i + H_i^2) - \\ &- (H_0^2 - 2 \cdot H_0 \cdot H_i + H_i^2)) \cdot l \cdot L_z = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot (\mu_r - 1)}{2} \cdot 4 \cdot H_0 \cdot H_i \cdot l \cdot L_z = 2 \cdot \mu_0 \cdot (\mu_r - 1) \cdot H_0 \cdot H_i \cdot l \cdot L_z \end{aligned} \quad (12)$$

Konečně, po dosazení z (6) dostaneme výraz pro výslednou sílu F_z :

$$F_z = 2 \cdot \mu_0 \cdot (\mu_r - 1) \cdot H_0 \cdot \frac{i}{2L_z} \cdot l \cdot L_z = \mu_0 \cdot (\mu_r - 1) \cdot H_0 \cdot i \cdot l \quad (13)$$

Z výše uvedeného také vyplývá, že síla F_d , která působí bezprostředně na vodič v drážce, je rovna:

$$F_d = \mu_0 \cdot H_0 \cdot i \cdot l \quad (14)$$

Celková výsledná síla F potom je:

$$\begin{aligned} F &= F_z + F_d = \mu_0 \cdot (\mu_r - 1 + 1) \cdot H_0 \cdot i \cdot l = \\ &= \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_0 \cdot i \cdot l = B_\delta \cdot i \cdot l \end{aligned} \quad (15)$$

Tento vztah odpovídá běžně používanému výrazu pro výpočet elektromagnetického momentu elektrického stroje.

Závěr

Výše provedené odvození dokazuje, že výsledná síla F je sice rovna známému vztahu (15), je však složena ze dvou složek síly, z nichž síla F_d , působící na vlastní vodič v drážce, je pouze $1/\mu_r$ celkové síly F . Lze tedy zjednodušeně říci, že proud i sice protéká vodiči v drážkách, ale vlastní síla F působí na zuby magnetického obvodu, a to díky ponderomotorické síle.

Literatura:

- [1] PETROV, G. N.: *Elektrické stroje 2*, Academia Praha 1982.
- [2] BAŠTA, B.: *Teorie elektrických strojů*. Nakladatelství ČSAV 1957.
- [3] VOTRUBA, V. – MUZIKÁŘ, Č.: *Teorie elektromagnetického pole*. Nakladatelství ČSAV 1955.
- [4] HAGUE, B.: *The principles of electromagnetism applied to electrical machines*. 1929, 1962.
- [5] PETROV, G. N.: *Električeskije mašiny 2*. Eněrgija Moskva 1963.